∾ Baccalauréat L Nouvelle-Calédonie ∾
Épreuve de spécialité - novembre 2010
Durée : 3 heures

EXERCICE 1 **7 points**

Un Centre Culturel propose, pour l'année, différentes sortes de spectacles :

- 24 spectacles de théâtre,
- 12 spectacles de musique,
- 4 spectacles de danse.

Afin de recevoir davantage de public pour certaines manifestations, 25 % des spectacles de théâtre, 50 % des spectacles de musique et un seul spectacle de danse ont lieu sous chapiteau. Les autres spectacles ont lieu dans le Centre Culturel.
Une personne choisit au hasard un spectacle parmi les 40 spectacles programmés.

On note T l'événement « Le spectacle choisi est un spectacle de théâtre ».
On note M l'événement « Le spectacle choisi est un spectacle de musique ».
On note D l'événement « Le spectacle choisi est un spectacle de danse ».
On note P l'événement « Le spectacle choisi a lieu sous chapiteau ».

Partie 1

Compléter l'arbre de probabilité illustrant cette situation sur la feuille annexe 1 à remettre avec la copie.

Partie 2

*Pour chacune des propositions suivantes, une seule des réponses **A, B** ou **C** est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte* 1 *point. Une réponse fausse n'enlève aucun point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.*

1. La probabilité que la personne choisisse un spectacle de musique est :

   A : $\frac{1}{3}$ B : 0,3 C : $\frac{1}{40}$

2. La personne ayant choisi un spectacle de théâtre, la probabilité de ne pas être sous chapiteau est :

   A : 0,75 B : $\frac{1}{4}$ C : $\frac{18}{40}$

3. La probabilité que la personne choisisse un spectacle de musique sous chapiteau est :

   A : 0,5 B : $\frac{3}{20}$ C : 0,12

4. La probabilité d'avoir choisi un spectacle sous chapiteau est :

   A : $\frac{76}{100}$ B : 0,33 C : $\frac{13}{40}$

5. Le spectacle ayant lieu sous chapiteau, la probabilité d'avoir choisi un spectacle de musique est

   A : $\frac{6}{13}$ B : 0,5 C : $\frac{13}{40}$

EXERCICE 2 **6 points**

Pierre affirme : « Pour tout entier naturel n, les nombres $n^2 - 1$ et $n^3 - n$ sont multiples de 3 ».
Jules dit « quel que soit l'entier naturel n, $2n^2 + n + 1$ n'est pas divisible par 3 ».

1. Pierre et Jules réalisent le tableau suivant que **vous recopierez et complèterez sur votre copie :**

n	n^2	n^3	$n^2 - 1$	$n^3 - n$	$2n^2+n+1$
1					
4					
5					
10					

2. La seule lecture du tableau précédent permet-elle de dire :
   a. que l'affirmation de Pierre est exacte ?
   b. que l'affirmation de Jules est exacte ?

3. **a.** Recopier le tableau suivant et le compléter en utilisant les propriétés des congruences. Les résultats donnés seront **des entiers naturels inférieurs ou égaux à 2**.

Si $n \equiv 0 \mod 3$	Si $n \equiv 1 \mod 3$	Si $n \equiv 2 \mod 3$
$n^2 \equiv \ldots \mod 3$	$n^2 \equiv \ldots \mod 3$	$n^2 \equiv \ldots \mod 3$
$n^2 - 1 \equiv \ldots \mod 3$	$n^2 - 1 \equiv \ldots \mod 3$	$n^2 - 1 \equiv \ldots \mod 3$
$n^3 \equiv \ldots \mod 3$	$n^3 \equiv \ldots \mod 3$	$n^3 \equiv \mod 3$
$n^3 - n \equiv \ldots \mod 3$	$n^3 - n \equiv \ldots \mod 3$	$n^3 - n \equiv \ldots \mod 3$

   b. Que peut-on en conclure pour l'affirmation de Pierre ?

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   En utilisant une méthode similaire à celle développée dans la question 3., démontrer que la propriété énoncée par Jules est exacte.

EXERCICE 3 **7 points**

On considère la fonction exponentielle définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, notée f et définie par $f(x) = \mathrm{e}^x$. La représentation graphique $\mathscr{C}$ de cette fonction dans un repère est donnée sur la feuille **annexe 2**.

Les points à placer et les tracés demandés seront effectués sur l'annexe 2 à remettre avec la copie.

1. Placer sur la courbe $\mathscr{C}$ le point A_0 d'abscisse 1. Quelles sont ses coordonnées (donner les valeurs exactes) ?
2. On a placé sur l'axe des abscisses les points B_0, B_0, B_02, B_0 d'abscisses respectives 0, -1, -2, -3. En appliquant l'algorithme suivant, compléter le dessin :

   Initialisation : affecter à i la valeur 0.
   A_0 est le point défini dans la question 1.
   Traitement : tant que $i \leqslant 3$ tracer le segment $[A_iB_i]$,
   Affecter à i la valeur $i + 1$.
   Placer le point $A_i(1 - i\ ;\ f(1 - i))$ ».
   (*Aide* : on trouvera comme point A_1 le point de coordonnées $(0\,;1)$ ».

3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A_0. Démontrer que cette tangente est la droite (A_0B_0).

4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A_1. Démontrer que cette tangente est la droite (A_1B_1).

On admettra que cette propriété démontrée dans les questions 3. et 4. pour les droites (A_0B_0) et (A_1B_1) est encore vraie pour toute droite (A_nB_n), c'est-à-dire que la droite (A_nB_n) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A_n, où A_n est le point obtenu par application de l'algorithme précédent et B_n est le point de l'axe des abscisses d'abscisse $-n$, n étant un entier naturel quelconque,

5. Tracer avec précision la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -3. Justifier la construction.

6. Dans cette question on donnera la **valeur exacte** des résultats,

a. Placer le point I(1 ; 0).

b. On note a_0 l'aire du triangle A_0B_0I. Calculer a_0.

c. On note a_1 et a_2 les aires respectives des triangles $A_1B_1B_0$ et $A_2B_2B_1$. Calculer a_1 et a_2.

(Aide : L'aire d'un triangle rectangle est égale à $\dfrac{b \times c}{2}$, b et c désignant les longueurs des côtés de l'angle droit.)

7. Pour tout entier $n \geqslant 1$, on désigne par a_n l'aire du triangle $A_nB_nB_{n-1}$. On admet que (a_n) est une suite géométrique de raison q.

a. Vérifier cette affirmation pour a_0, a_1 et a_2 ; montrer que $q = \dfrac{1}{\text{e}}$.

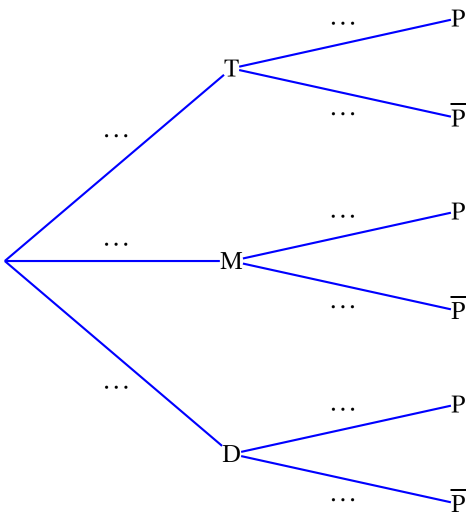
b. Déterminer l'expression du terme général a_n de cette suite. Quelle est la limite de la suite (a_n) quand n tend vers $+\infty$?

Annexe 1

(à remettre avec la copie)

Exercice 1

1



Annexe 2

(à remettre avec la copie)

Exercice 3